2. $f : x \mapsto \dfrac{1+\cos x}{\sqrt{|x|}}$.

3. $f : x \mapsto \dfrac{x \sin x}{x^4+x^2+1}$.

4. $f : x \mapsto \cos x - x$.

17 On considère les fonctions $f : x \mapsto \dfrac{1+\cos x}{\sqrt{x}}$, $g : x \mapsto \dfrac{x \sin^4 x}{2x^3+1}$ et $h : x \mapsto -x^3+3\sin x$.

1. Montrer, pour $x \geq 1$, les inégalités $|f(x)| \leq \dfrac{2}{\sqrt{x}}$, $|g(x)| \leq \dfrac{1}{2x^2}$ et $h(x) \leq -x^3+3$.

2. En déduire les limites en $+\infty$ de ces fonctions.

18 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{2-\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x}$.

1. a. Montrer que pour tout $x > 0$, $f(x) \geq \dfrac{1}{x}$.

b. En déduire $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$.

2. a. Montrer que pour tout $x < 0$, $f(x) \leq \dfrac{1}{x}$.

b. En déduire $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$.

19 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{2x \sin x}{1+x^2}$.

1. a. Montrer que pour tout réel x, $|xf(x)| \leq 2$.

b. En déduire $\lim\limits_{-\infty} f$ et $\lim\limits_{+\infty} f$.

2. Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{(\pi-2x)\cos x}{1+\left(\frac{\pi}{2}-x\right)^2}$.

20 1. Trouver deux réels a et b tels que pour tout réel x, $a \leq \dfrac{1}{2-\cos x} \leq b$.

2. En déduire la limite en $+\infty$ de chacune des fonctions $f : x \mapsto \dfrac{x}{2-\cos x}$ et $g : x \mapsto \dfrac{x+\cos x}{2-\cos x}$.

21 Dans chacun des cas suivants, étudier la limite de la fonction f en $+\infty$.

1. $f : x \mapsto \dfrac{\cos(3x-1)}{x}$.

2. $f : x \mapsto 4x^2-3\cos x$.

3. $f : x \mapsto \dfrac{\sin x}{1-2x}$.

4. $f : x \mapsto \dfrac{2\sqrt{x}+\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$.

22 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et périodique de période 2 telle que

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \in [0, \frac{1}{2}], \\ 2-2x & \text{si } x \in]\frac{1}{2}, 1], \\ f(x-1) & \text{si } x \in]1,2]. \end{cases}$$

1. Tracer dans un repère orthonormé la courbe de la restriction de f sur $[0,4]$.

2. Montrer que pour tout réel x, $-1 \leq f(x) \leq 1$.

3. Tracer dans le même repère la courbe de la fonction $g : x \mapsto 2x$.

4. On considère la fonction $h : x \mapsto f(x)+g(x)$.

a. Tracer la courbe représentative de la restriction de h sur $[0,4]$.

b. Déterminer $\lim\limits_{+\infty} h$ et $\lim\limits_{-\infty} h$.

23 Dans chacun des cas suivants, déterminer l'image de l'intervalle I par la fonction f.

1. $f : x \mapsto \dfrac{x+1}{x-2}$, $I =]2, +\infty[$.

2. $f : x \mapsto \sqrt{x^2-2x}$, $I =]-\infty, 0]$.

3. $f : x \mapsto \tan(\pi x)$, $I =]-\frac{1}{2}, 0]$.

24 On considère la fonction $f : x \mapsto -2x^3+2x-3$.

1. Représenter la courbe de f dans un repère.

2. Déterminer graphiquement, le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.

Qarray.tn -Aqra Bleen- Qarray.tn -Aqra Bleen- Qarray.tn